

[illegible]



3. Beweisen Sie durch Umformen: $(A \Rightarrow B) \equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$
Beweis der Kontraposition:

$$\begin{aligned}
 & A \Rightarrow B && | \text{ Implikationselimination} \\
 & \equiv \neg A \vee B && | \text{ Kommutativgesetz} \\
 & \equiv B \vee \neg A && | \text{ Doppelnegation} \\
 & \equiv \neg \neg B \vee \neg A && | \text{ Implikationsumformung} \\
 & \equiv \neg B \rightarrow \neg A
 \end{aligned}$$

4. Beweisen Sie durch Umformen oder mit Wahrheitstafeln: $(A \Rightarrow B) \equiv \neg(A \wedge \neg B)$

A	B	$A \Rightarrow B$	$\neg B$	$A \wedge \neg B$	$\neg(A \wedge \neg B)$
0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	0	1

5. Beweisen Sie durch Umformen: $(A \Leftrightarrow B) \equiv \neg(A \wedge \neg B) \wedge (B \Rightarrow (A \wedge (A \vee B)))$

$$\begin{aligned}
 & A \Leftrightarrow B && | \text{ Äquivalenzelimination} \\
 & \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A) && | \text{ Implikationselimination} \\
 & \equiv (\neg A \vee B) \wedge (B \Rightarrow A) && | \text{ De Morgan} \\
 & \equiv \neg(\neg \neg A \wedge \neg B) \wedge (B \Rightarrow A) && | \text{ Doppelnegation} \\
 & \equiv \neg(A \wedge \neg B) \wedge (B \Rightarrow A) && | \text{ Absorbtionsregel} \\
 & \equiv \neg(A \wedge \neg B) \wedge (B \Rightarrow A \wedge (A \vee B))
 \end{aligned}$$